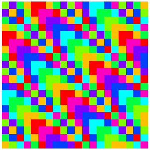
Dobble, analyse d'un jeu de cartes

Michel Rigo

http://www.discmath.ulg.ac.be/
http://orbi.ulg.ac.be/

Congrès de la SBPMef 2016

Université de Liège



57 symboles, **55** cartes, **8** symboles par carte itunes.apple.com/

Mac iPad iPhone Watch TV Music Support

iTunes Preview

Overview Music Video Charts

Dobble HD

View More by This Developer

By Playsoft

Open iTunes to buy and download apps.

View in iTunes

This app is designed for both iPhone and iPad

£1.99

Description

Dobble, the funniest and best-selling card game is back on iPad & iPhone in the most entertaining version ever!

****

Dobble HD Support ▸

...More

What's New in Version 1.1.8

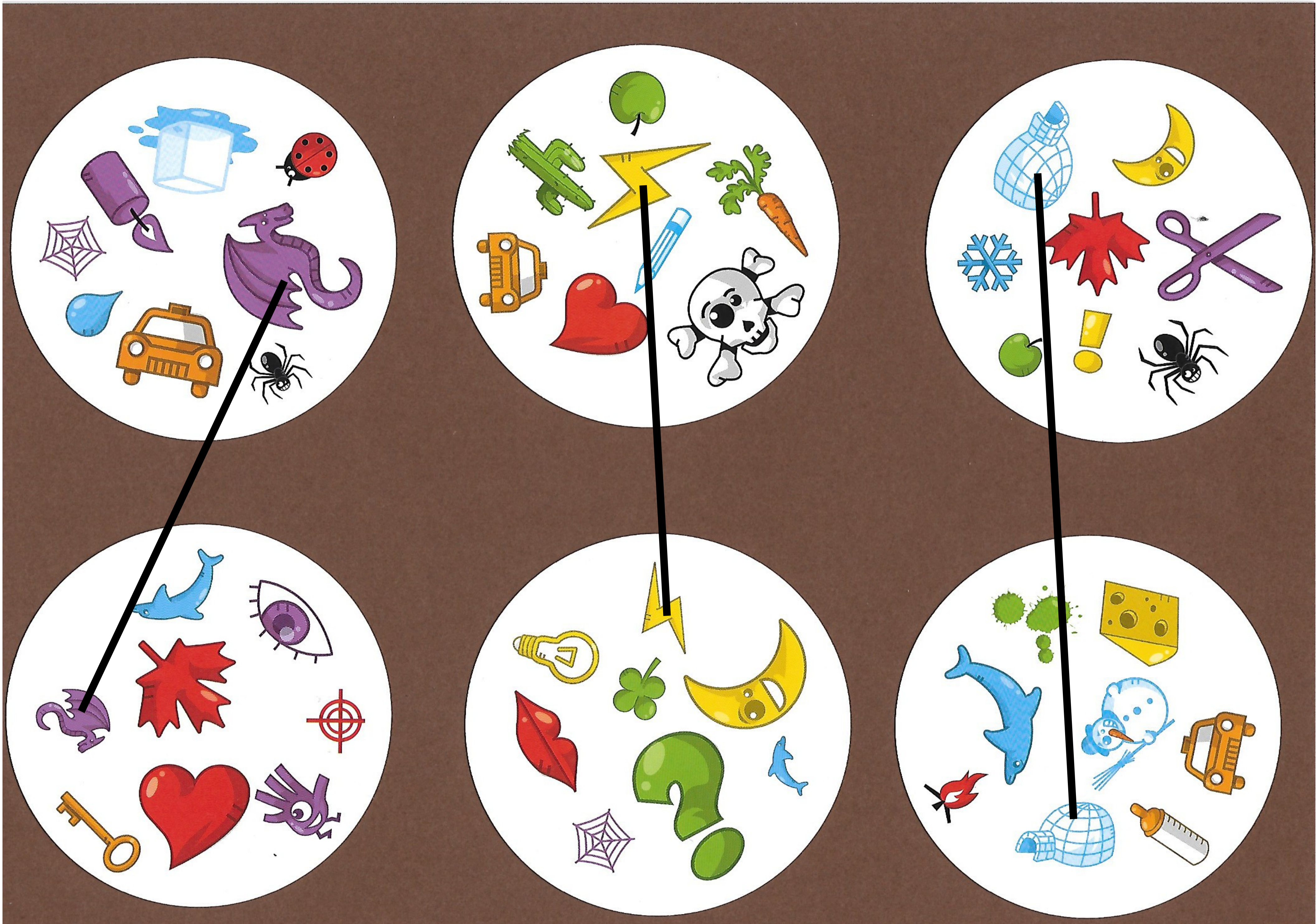
- Ready for iOS8
- Ready for iPhone6 and 6+
- New Divertis logo at start

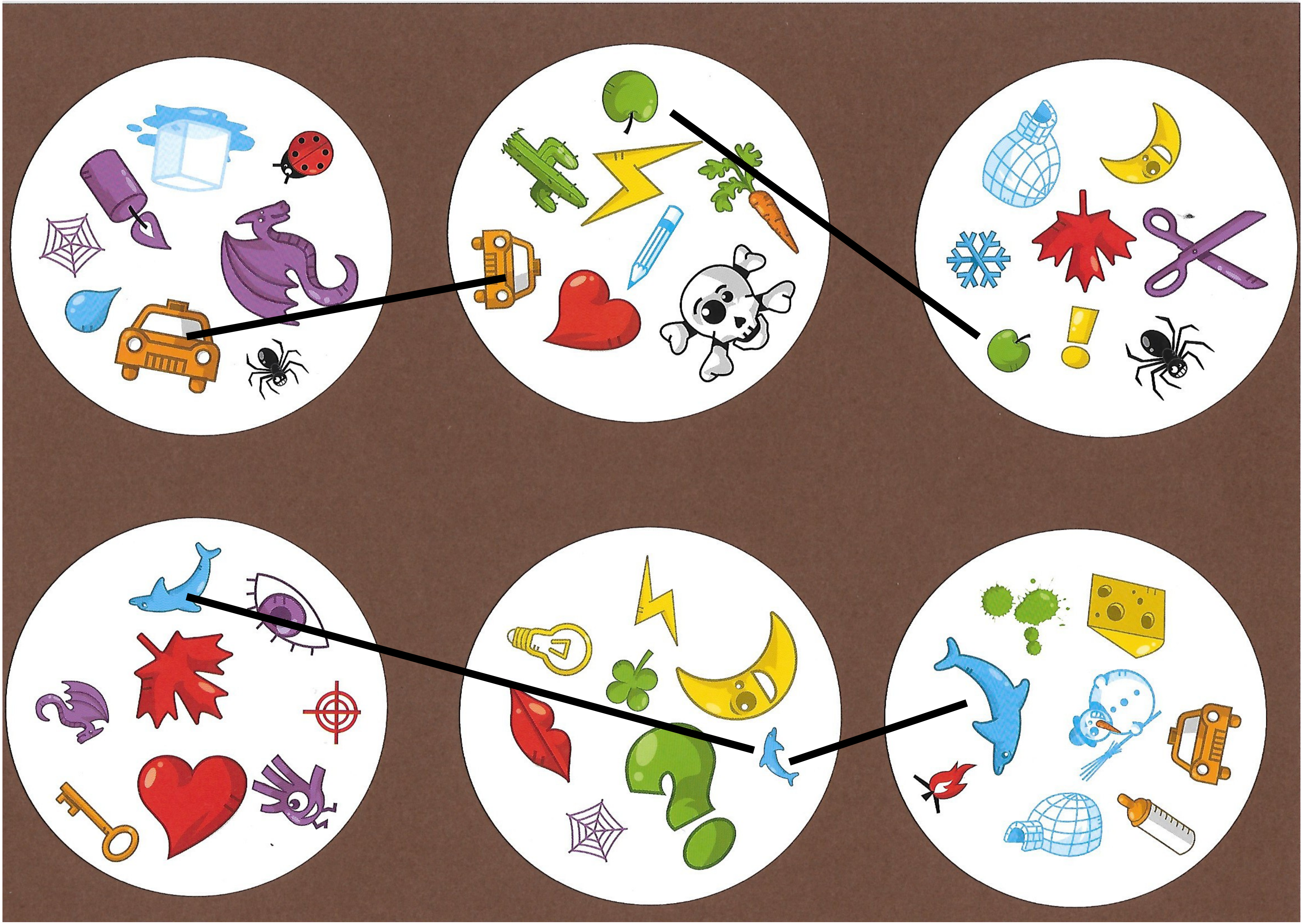
...More

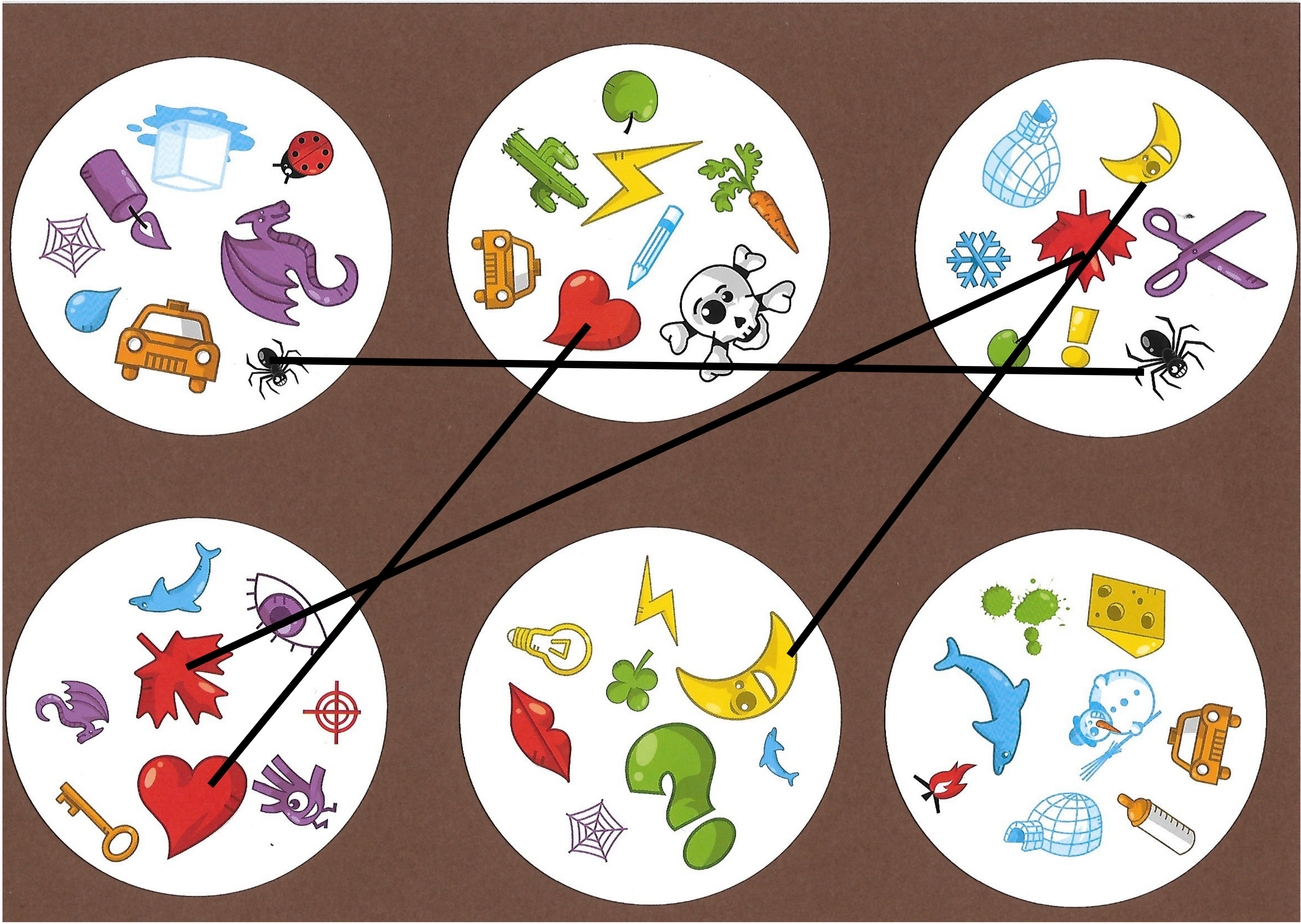


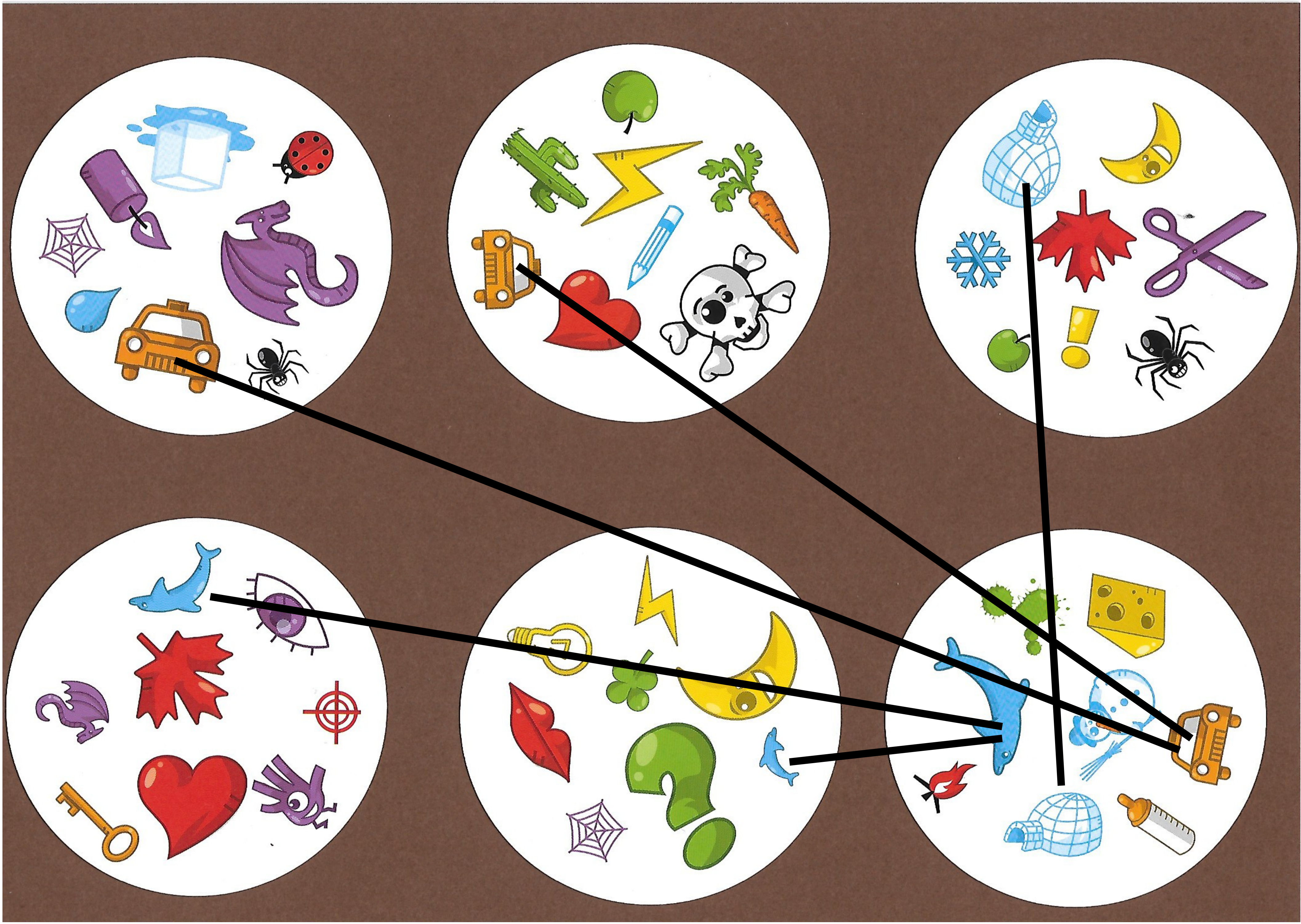
2 cartes quelconques ont exactement un symbole commun











WIKIPÉDIA
L'encyclopédie libre

Accueil
Portails thématiques
Article au hasard
Contact

Contribuer
Débuter sur Wikipédia
Aide
Communauté
Modifications récentes
Faire un don

Outils
Pages liées
Suivi des pages liées
Importer un fichier
Pages spéciales
Adresse permanente
Information sur la page
Élément Wikidata
Citer cette page

Imprimer / exporter
Créer un livre
Télécharger comme PDF
Version imprimable

Dans d'autres projets
Wikimédia Commons

Dans d'autres langues
Български
Italiano
Modifier les liens

Dobble

Dobble est un jeu de société de Denis Blanchot, Jacques Cottereau et Play Factory, avec la contribution de la team Play Factory dont Jean-François Andréani, Toussain Benedetti, Guillaume Gille-Naves, Igor Polouchine.

Le jeu est disponible sur iPhone depuis juin 2011, sur Facebook depuis septembre 2011 et sur iPad depuis décembre 2012 (Dobble HD).

Dobble
jeu de société

Éditeur	Play Factory Asmodée
Date de 1re édition	2009
Format	Boîte métal ronde
Mécanismes	observation réflexe
Joueur(s)	2 à 8
Âge	à partir de 6 ans
Durée annoncée	env. à partir de 5 minutes

habileté physique	réflexion décision	générateur de hasard	info. compl. et parfaite
✗ Non	✓ Oui	✓ Oui	✓ Oui

modifier

Sommaire [masquer]

Origine [modifier | modifier le code]

Ce jeu est né d'un concept qui semble simple : Il y a 8 symboles différents par carte, 55 cartes et toujours un et un seul symbole commun entre deux cartes. Il faut être le plus rapide à trouver ce symbole commun. Les cartes sont rondes. Les jeux se jouent en simultané.

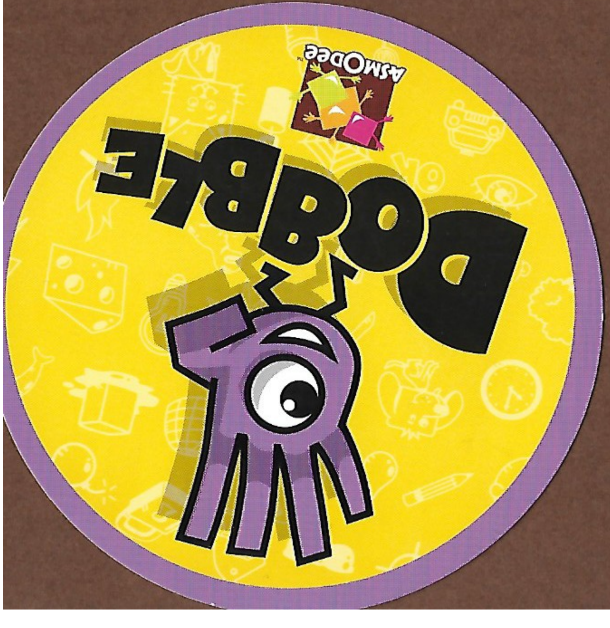
5 *mini-jeux* ont été développés, chaque règle étant présentée sur une carte.

Le **Puits** : Les cartes sont réparties entre tous les joueurs. La dernière est posée face visible au centre de la table. Au top, les joueurs piochent la première carte de leur paquet et doivent trouver le symbole commun entre leur carte et celle du centre. Dès qu'un joueur le trouve, il le nomme et place sa carte sur celle du milieu, puis il pioche une nouvelle carte. Le but du jeu est de se débarrasser de toutes ses cartes le plus vite possible.

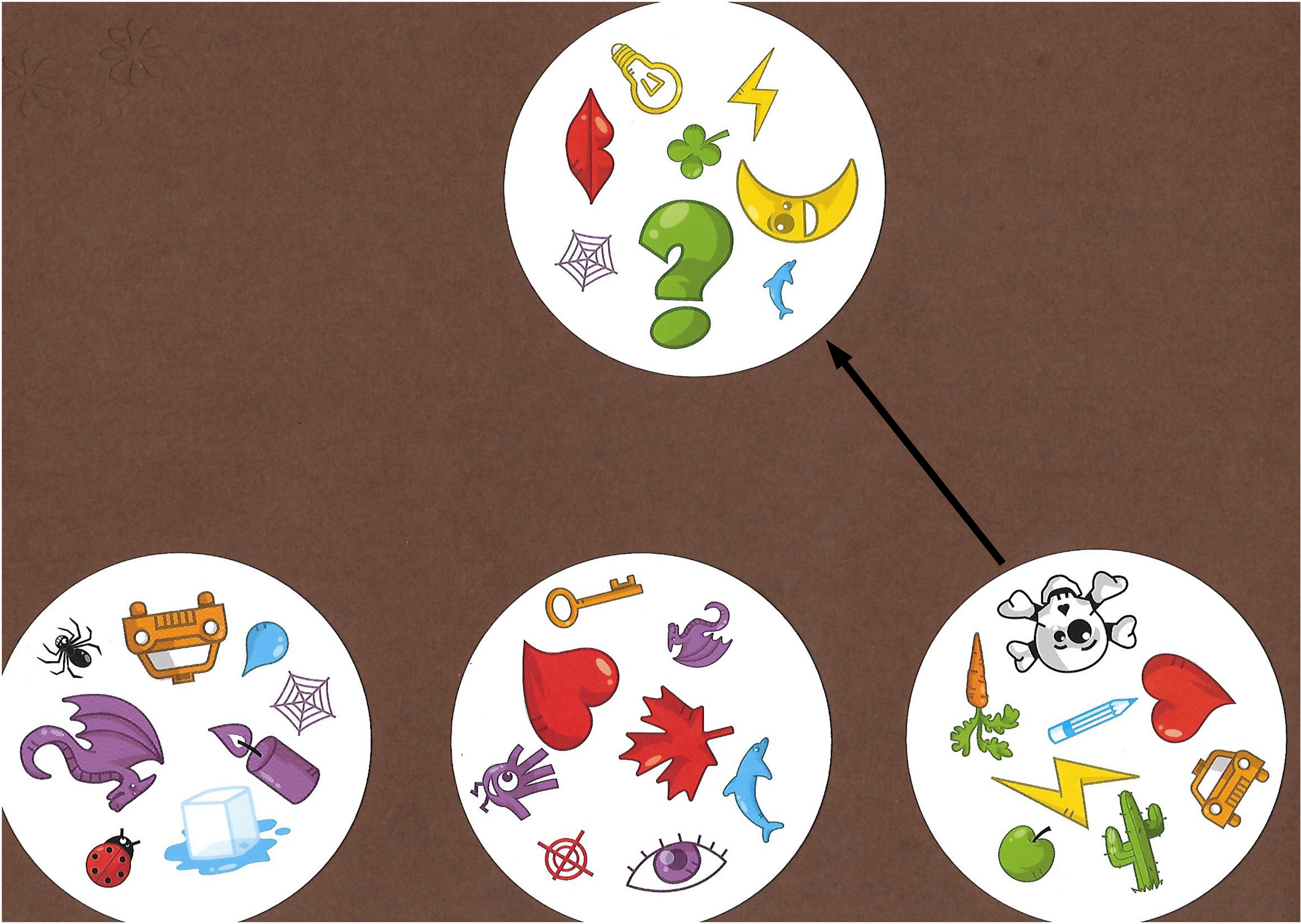
La **Tour infernale** : les joueurs piochent tous une carte qu'ils posent devant eux face cachée. La pioche posée au centre des joueurs est retournée face visible. Au top, les joueurs retournent leur carte. Dès qu'un joueur trouve le symbole commun entre sa carte et celle du centre, il le nomme, pioche la carte du milieu et la place sur son paquet. Le but du jeu est d'avoir plus de cartes que les autres joueurs à la fin de la manche.

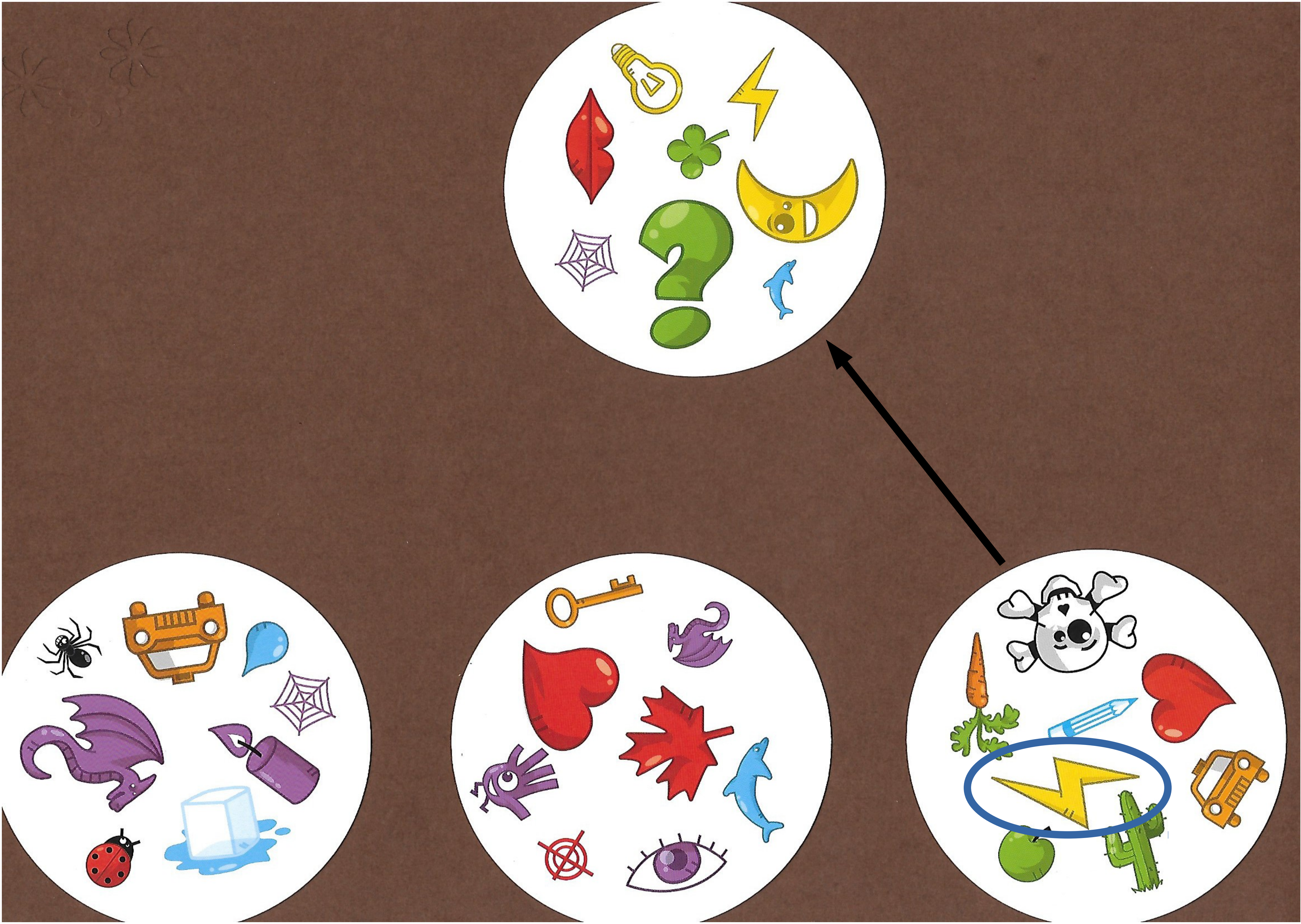
Le **Cadeau empoisonné** : même départ que pour la Tour infernale. Au top, les joueurs retournent leur carte. Dès qu'un joueur trouve le symbole commun entre la carte d'un autre joueur et celle du centre, il le nomme, pioche la carte et la place sur le paquet du joueur. Le but du jeu est d'avoir moins de cartes que les autres joueurs.

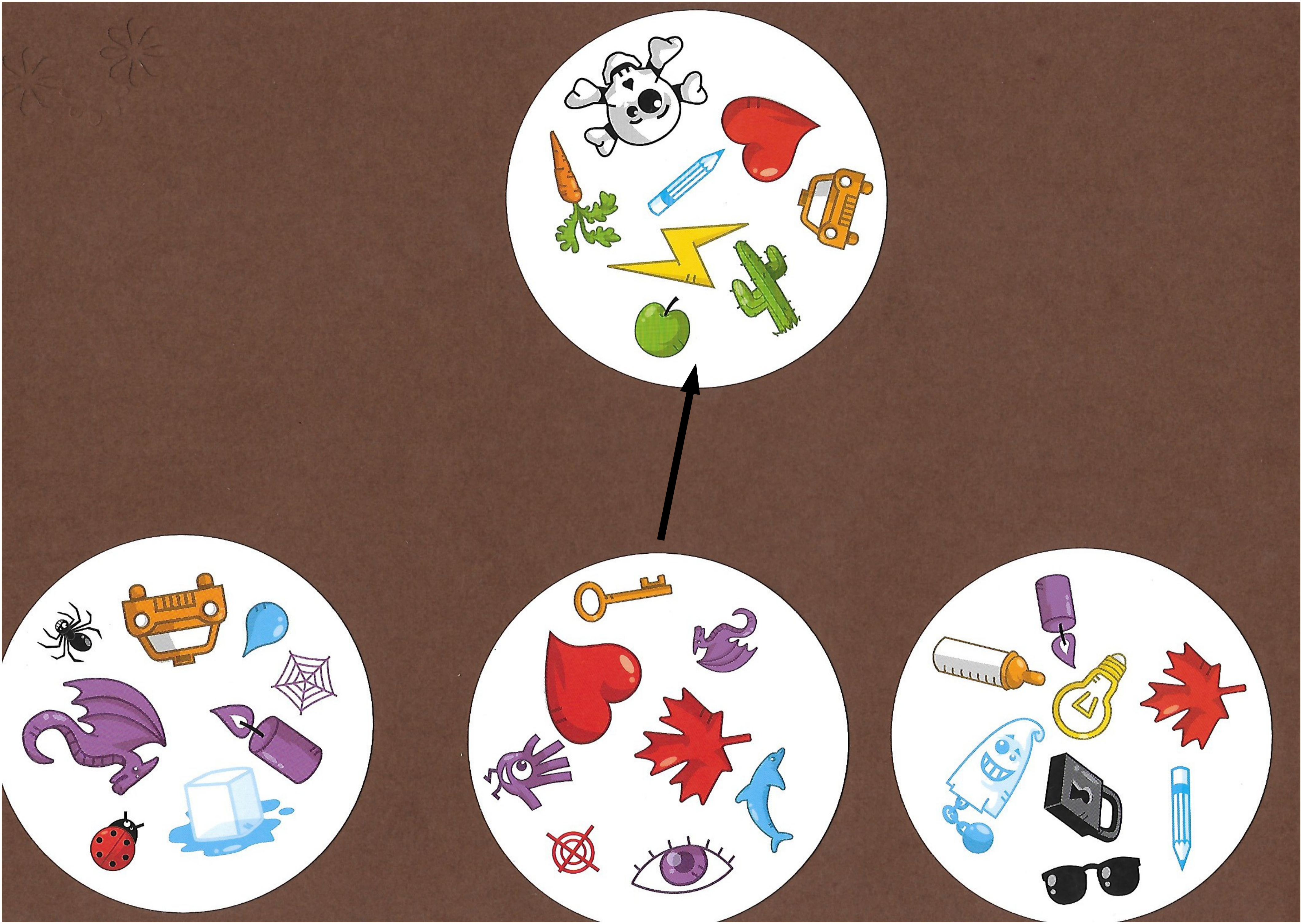
Attrapez-les tous, La **Patate chaude**

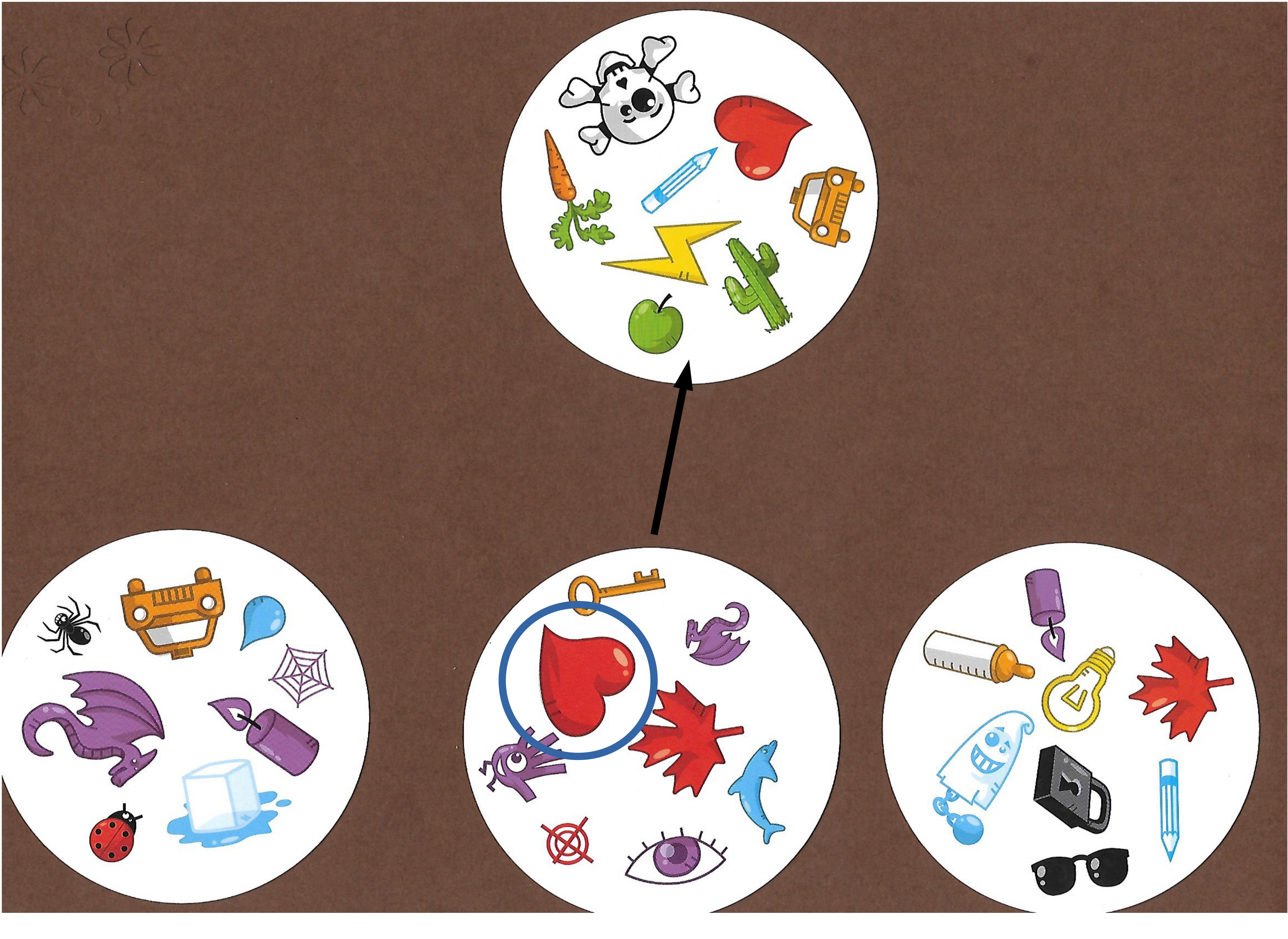


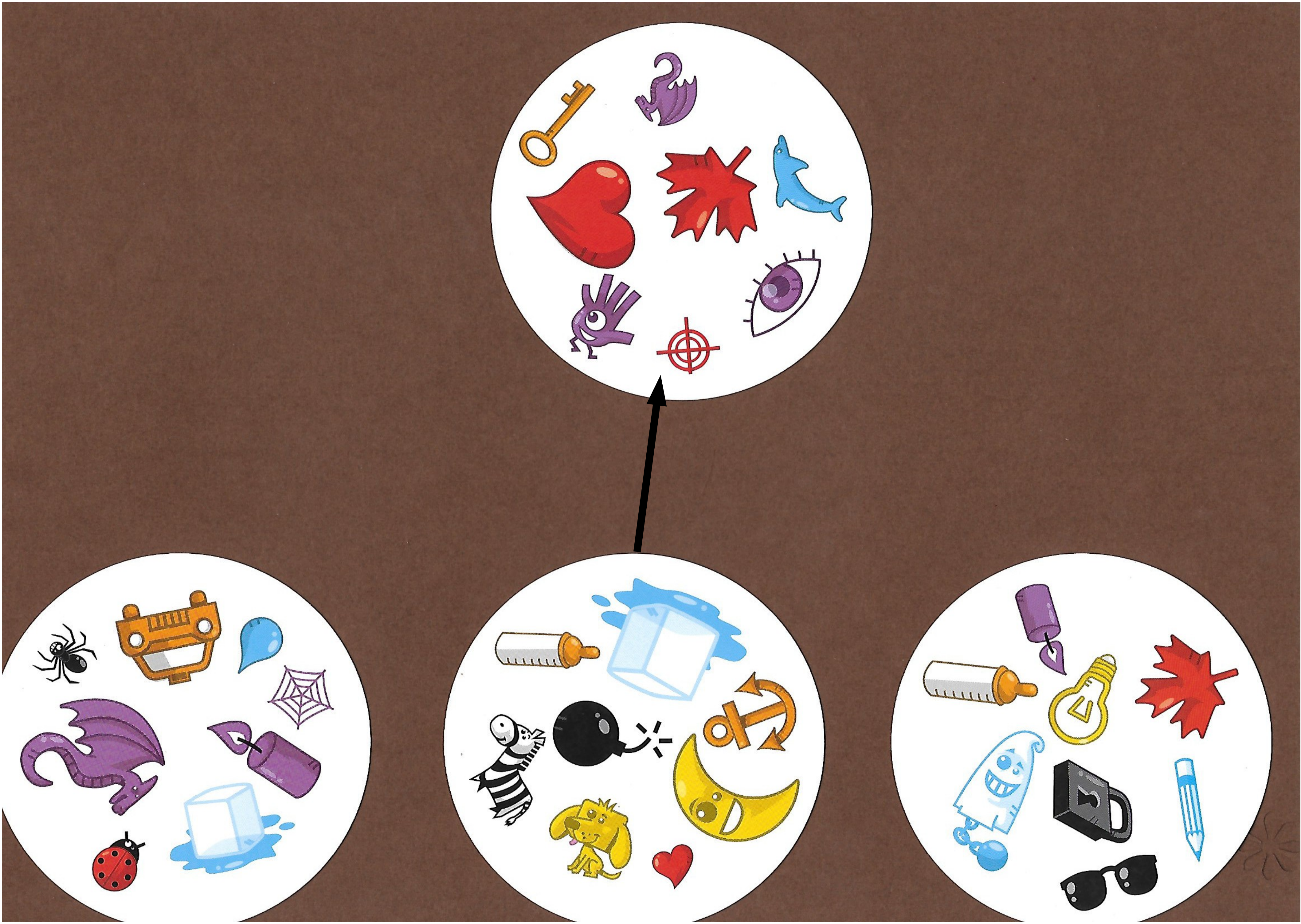

DOBBLE
ASMODEE

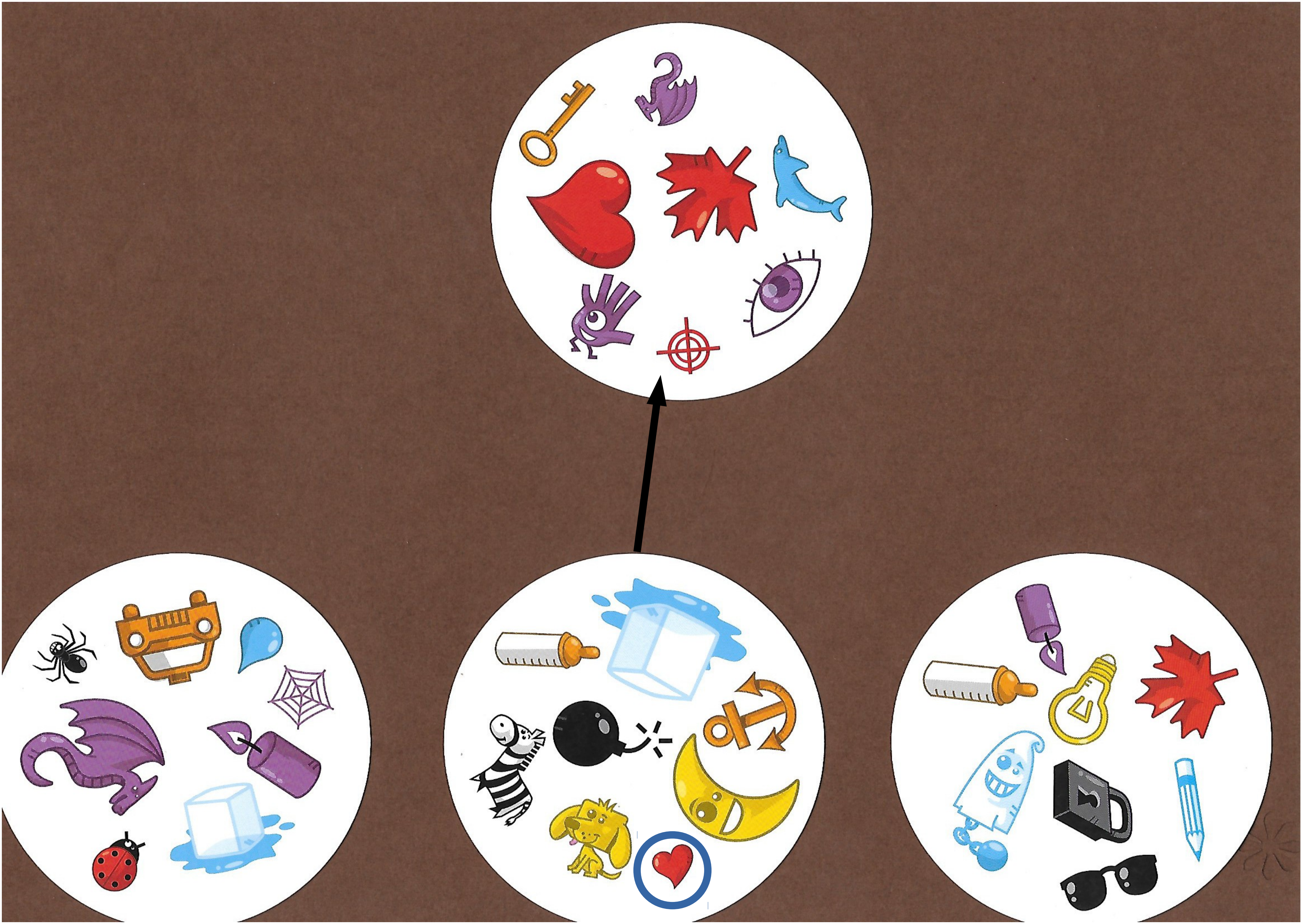


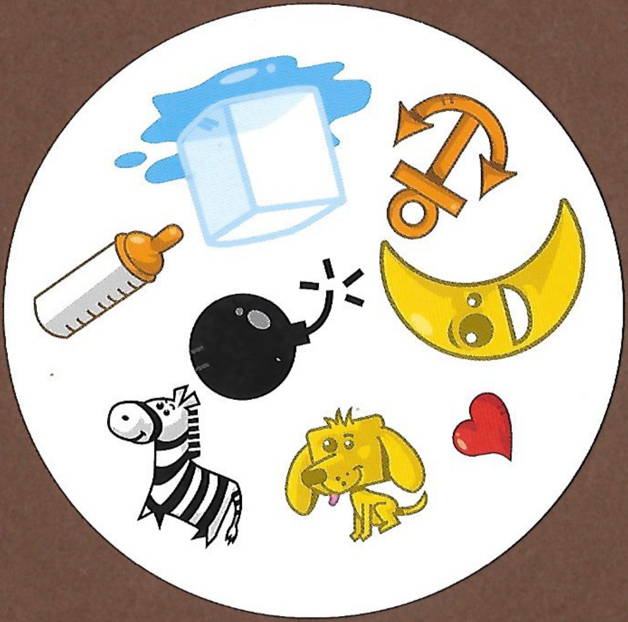












Dobble, Mathématiques & Internet

IMAGES DES MATHÉMATIQUES

La recherche mathématique en mots et en images

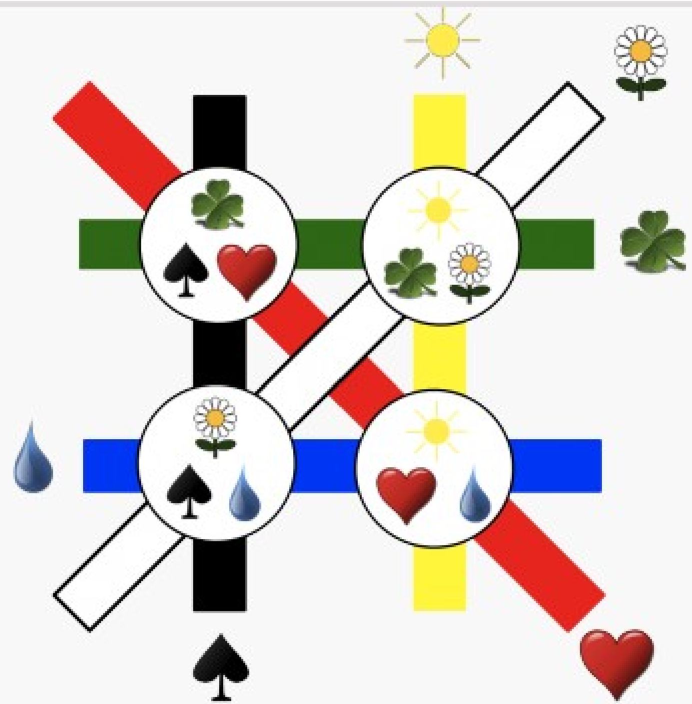
ACCUEIL | EN CE MOMENT | DIFFÉRENTES MATHÉMATIQUES

Objet du mois

Retour à la rubrique

DOBBLE ET LA GÉOMÉTRIE FINIE

Piste bleue *le 10 août 2014* - Rédigé par Maxime Bourrigan



images.math.cnrs.fr/

MATHEMATICS

Dobble card game - mathematical background [duplicate]

9

3

This question already has an answer here:
Covering with most possible equal size subsets having pairwise singleton intersections *2 answers*

In the Dobble card game there is a deck of 55 cards. Each of them has 8 symbols on it. There is a total of 50 different symbols and each two cards have one and only one in common.

I am wondering, given a total number of symbols N and a number of symbols on each card K, how do you find the biggest number of cards such that:

- on each of those cards there are exactly K of the N symbols,
- every two cards have one and only one symbol in common.

(combinatorics)

share cite improve this question

asked Aug 11 '13 at 10:38
Dušan Rychnovský
199 ● 1 ■ 1 ▲ 5

asked 2 years ago
viewed 14352 times
active 6 months ago

math.stackexchange.com/

Are there an infinite set of sets that only have one element in common with each other?

6

1

In a card game called Dobble, there are 55 cards, each containing 8 symbols. For each group of two cards, there is only one symbol in common. (The goal of the game being to spot it faster than the other players, which is not the point of my question).

If I translate that to mathematical language, I would say that:

- $S = [S_1, S_2, \ldots, S_{55}]$.
- $S_n = [n_1, n_2, \ldots, n_8]$.
- For $S_n, S_m \in S$ there is one and only one $n_a = m_b$

My double (dobble) question is:

- Are there a finite or infinite number of sets and elements that allows such a property? I know there is one more with 30 sets containing 6 elements each (because of Dobble Kids, a lighter version of the game).
- How can I calculate the number of sets, the number of elements in the sets, how many different elements there are in all the sets and which elements go in which sets? Is there a formula or is it simply a step-by-step try and fail method?

asked 4 years ago

viewed 2153 times

active 1 month ago

06 juillet 2014

Du simple au Dobble

C'est les vacances, l'occasion de sortir une nouvelle fois les jeux de société pour jouer avec beau-papa. Pas de Monopoly ou de serpents et échelles, sortons plutôt un véritable jeu moderne, comme il en existe des floppées aujourd'hui, tous plus inventifs les uns que les autres (sérieusement, allez dans les boutiques de jeu de société !). Je vais donc parler de Dobble de Asmodée, un jeu d'observation et de vitesse pour toute la famille, qui cache une structure mathématique hallucinante. Une fois n'est pas coutume, l'article qui suit m'a été inspiré d'un des derniers épisodes de Podcast Science.

55 cartes, 8 symboles par cartes ; deux cartes spont retournées, quel est leur symbole en commun ?...

« JUILLET 2014 »

dim	lun	mar	mer	jeu	ven	sam
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Rechercher

DERNIERS MESSAGES

Deux (deux ?) minutes pour le théorème de Bézout

Deux (deux ?) minutes pour l'hypothèse de Riemann

Deux (deux ?) minutes pour l'hydre de Kirby & Paris

2015+1 (Cette nouvelle année est-elle intéressante ? Episode 07)

Pierre, feuille, ciseaux... Et après ?

Deux (deux ?) minutes pour Newroz

J'ai toujours rêvé d'être pentocarreleur

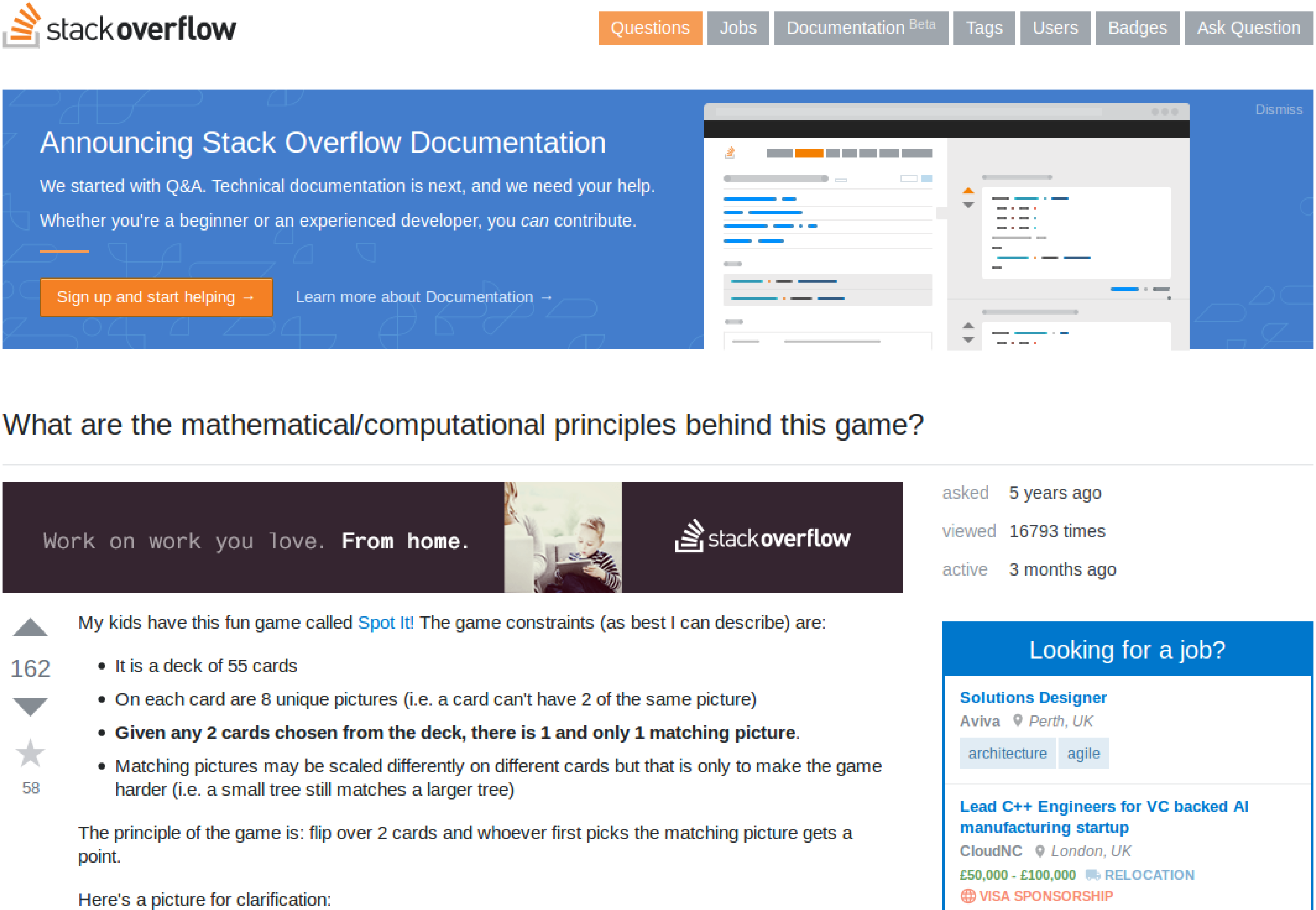
Deux (deux ?) minutes pour le IIIe problème de Hilbert

Deux (deux?) minutes pour la suite de Conway

Περὶ εἶδους νέου quadratorum magicorum

L'équation parfaite

eljjdx.canalblog.com/



stackoverflow.com/

Quora

Search for questions, people, and topics

Sign In

Card Games · Logic Puzzles · Games · Mathematics

What is a simple explanation of the mathematics behind the game "Spot It!" also know as "Dobble"?

There are 55 cards, each containing 8 symbols out of a possible 50 symbols. Pick any 2 cards at random and they will always share 1 matching symbol (and always just 1)

2 Answers

Douglas Zare, mathematician

3.5k Views

Math.StackExchange.com: Dobble card game - mathematical background.

Related Questions

- What are some card games that involve mathematics?
- What simple ideas are behind complicated mathematics?
- Mathematics: Is there any simple explanation of how to determine the convergence of a Fourier series?
- What are the mathematics behind Idle games?
- Is there any scientific or mathematical explanation/logic behind "perception"?
- How to make a simple game using mathematical operations?
- What are examples or explanations of how mathematics helps chemistry beyond simple calculations?
- I know JavaScript. Could I make simple and complex games for computer (steam) and smartphone stores?
- Games: The game Trivial Pursuit is about what we know. Is there also a game about what we don't know?
- How much does it cost to develop a simple iOS or Android game that lets users solve puzzles, spot differences or match items?

www.quora.com/

Un peu de combinatoire

Question

Soient p, q, r des entiers. Peut-on trouver un ensemble S et des sous-ensembles $C_1, \ldots, C_q$ de S tels que

- $\#S = p$,
- $S = C_1 \cup \cdots \cup C_q$,
- $\#C_i = r$ pour tout $i \in \{1, \ldots, q\}$,
- $\#(C_i \cap C_j) = 1$ pour tous i, j tels que $i \neq j$.

Dans le vrai Dobble,
$p = 57$ symboles, $q = 55$ cartes, $r = 8$ symboles par carte.

Question subsidiaire

Si une solution existe, comment la construire ?

Un peu de combinatoire

Idée

- $\#(C_i \cap C_j) = 1$ pour tous i, j tels que $i \neq j$.

Si les C_i étaient des droites ?

Deux droites sécantes se coupent en un point unique...

Deux cartes ont un unique symbole commun

carte $\longrightarrow$ droite
symbole $\longrightarrow$ point

Une carte a 8 symboles mais une droite a une infinité de points

arithmétique finie et géométrie...

Idée

- $\#(C_i \cap C_j) = 1$ pour tous i, j tels que $i \neq j$.

Si les C_i étaient des droites ?

Deux droites sécantes se coupent en un point unique...

Deux cartes ont un unique symbole commun

$$\text{carte} \longrightarrow \text{droite}$$
$$\text{symbole} \longrightarrow \text{point}$$

Une carte a 8 symboles mais une droite a une infinité de points

arithmétique finie et géométrie...

Un peu d'arithmétique

$$\text{Pair} + \text{Pair} = \text{Pair}$$
$$\text{Pair} + \text{Impair} = \text{Impair}$$
$$\text{Impair} + \text{Impair} = \text{Pair}$$

$$\text{Pair}\ .\ \text{Pair} = \text{Pair}$$
$$\text{Pair}\ .\ \text{Impair} = \text{Pair}$$
$$\text{Impair}\ .\ \text{Impair} = \text{Impair}$$

Addition et multiplication dans $\mathbb{Z}_2$

+	0	1
0	0	1
1	1	0

·	0	1
0	0	0
1	0	1

Addition et multiplication dans $\mathbb{Z}_3$

$+$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

$\cdot$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Addition et multiplication dans $\mathbb{Z}_5$

$+$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

$\cdot$	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

Théorème

Soit p premier. Dans $\mathbb{Z}_p$, tout élément non nul a un inverse.

Un peu d'arithmétique

Exercices :

$$3 + 4 = \pmod 5$$
$$3.4 = \pmod 5$$
$$3 + 3 = \pmod 5$$
$$3.3 = \pmod 5$$
$$2.? = 1 \pmod 5$$
$$3 + 4 = \pmod 7$$
$$3.5 = \pmod 7$$
$$3 + 3 = \pmod 7$$
$$4.4 = \pmod 7$$
$$2.? = 1 \pmod 7$$

Dans $\mathbb{Z}_5$,

$$2.(3,2) = (2.3, 2.2) = (1,4)$$

Corollaire

Soit $(r,m) \in (\mathbb{Z}_p)^2$ avec $r \neq 0$.

Il existe $\alpha \in \mathbb{Z}_p$ tel que $\alpha(r,s) = (\alpha r, \alpha s) = (1, m')$.

Géométrie plane classique, dans le *plan euclidien*

2 droites distinctes sont

- sécantes (en un unique *point d'intersection*) ou,
- strictement parallèles (*direction commune*).

Par 2 points distincts passe une et une seule droite.

Dans le *plan projectif réel* $P_2(R)$,

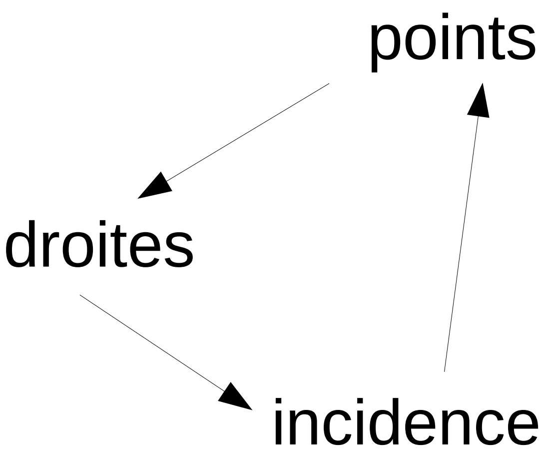
2 droites distinctes sont sécantes en un unique point d'intersection.

Par 2 points distincts, passe une et une seule droite.

Il existe un quadrangle n'ayant pas 3 points alignés.

D'une manière générale, un **plan projectif** est donné par

- un ensemble de points,
- un ensemble de droites,
- une relation d'incidence entre points et droites



et satisfaisant les propriétés :

- 2 droites distinctes sont sécantes en un unique point d'intersection,
- par 2 points distincts, passe une et une seule droite,
- il existe un quadrangle n'ayant pas 3 points alignés.

2 constructions du plan projectif réel $P_2(R)$...
Mais il existe d'autres plans projectifs...

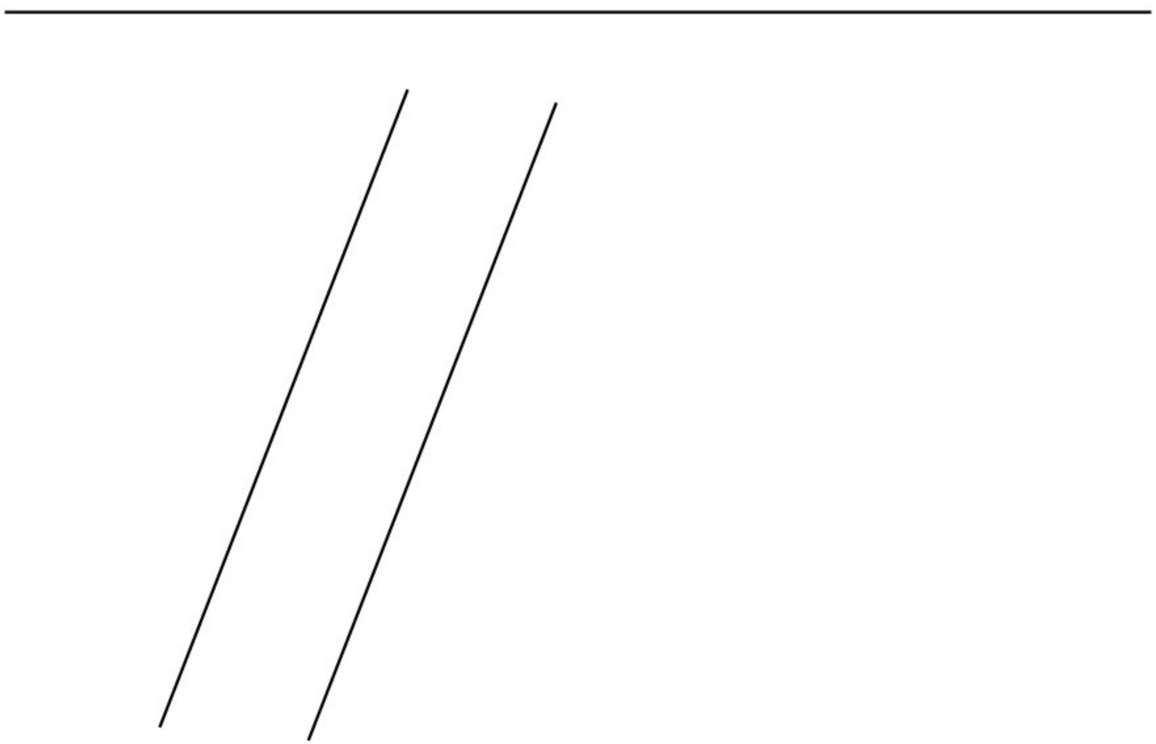
$P_2(R)$

On étend le plan euclidien comme suit :

A chaque droite, on *ajoute* un point (à l'infini) associé à sa direction :

- 2 droites parallèles ont le même point à l'infini,
- 2 droites sécantes ont des points à l'infini différents.

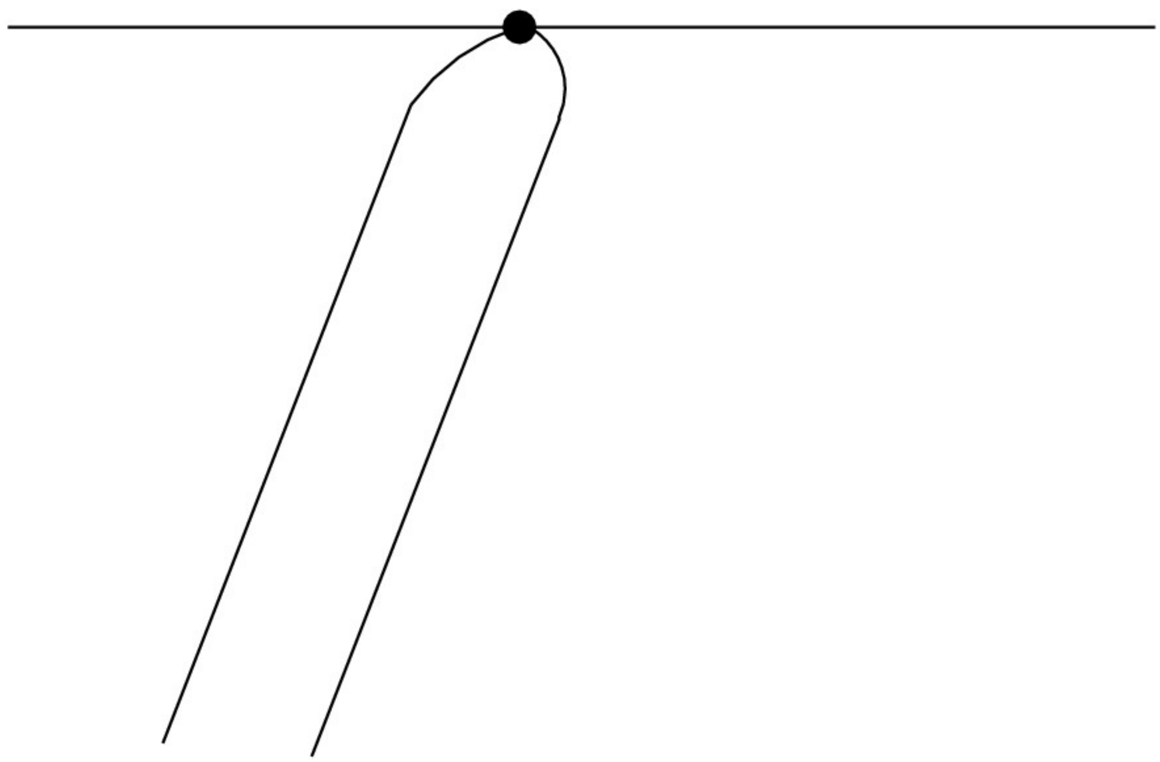
On *ajoute* une droite constituée des points à l'infini.



On étend le plan euclidien comme suit :

A chaque droite, on *ajoute* un point (à l'infini) associé à sa direction :
- 2 droites parallèles ont le même point à l'infini,
- 2 droites sécantes ont des points à l'infini différents.

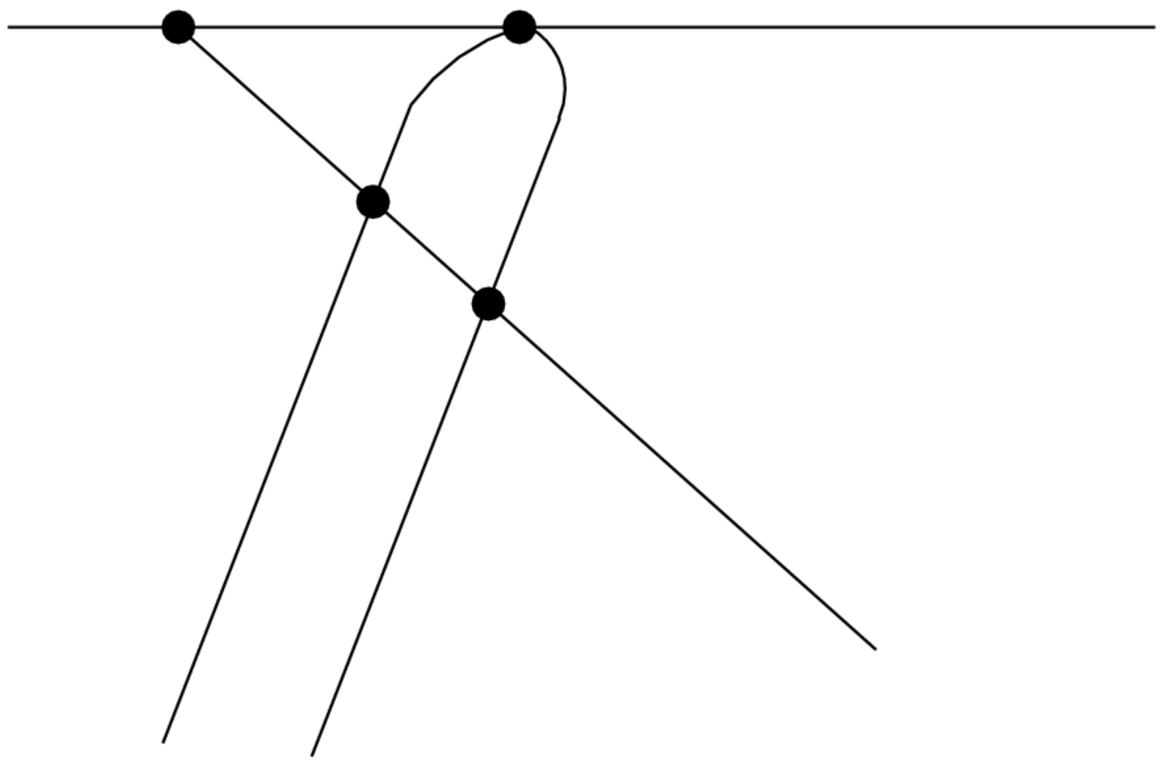
On *ajoute* une droite constituée des points à l'infini.



On étend le plan euclidien comme suit :

A chaque droite, on *ajoute* un point (à l'infini) associé à sa direction :
- 2 droites parallèles ont le même point à l'infini,
- 2 droites sécantes ont des points à l'infini différents.

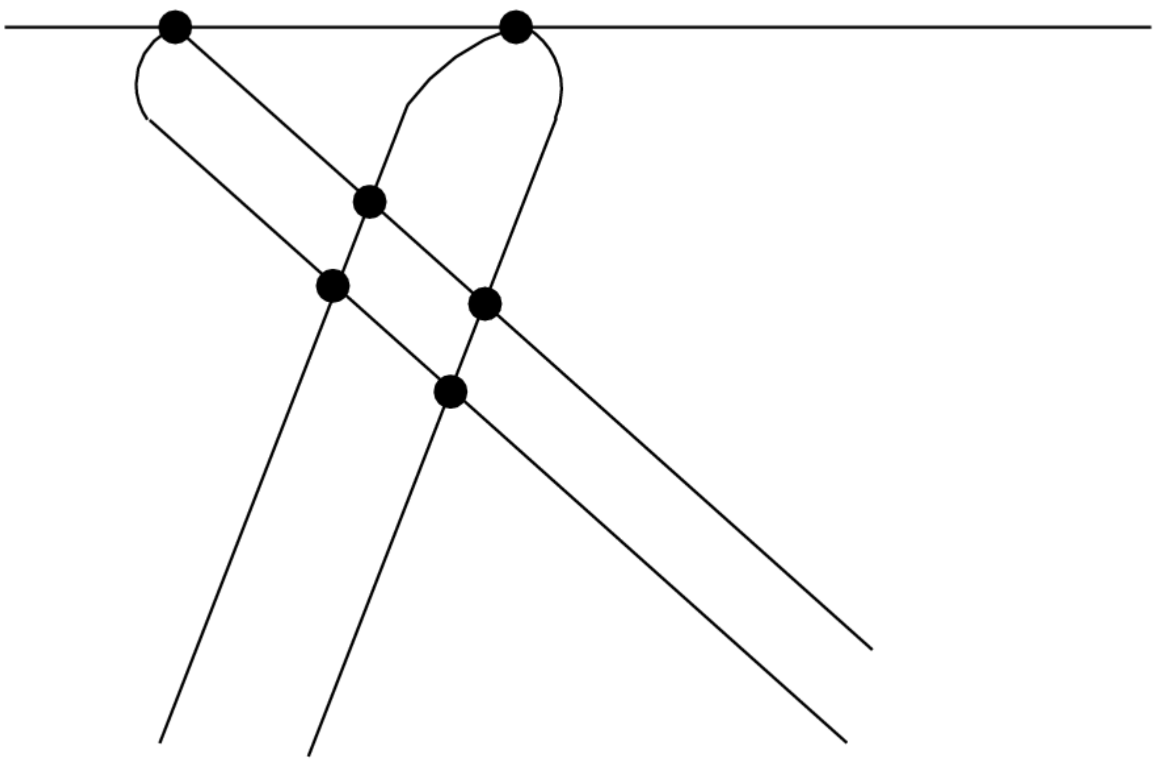
On *ajoute* une droite constituée des points à l'infini.



On étend le plan euclidien comme suit :

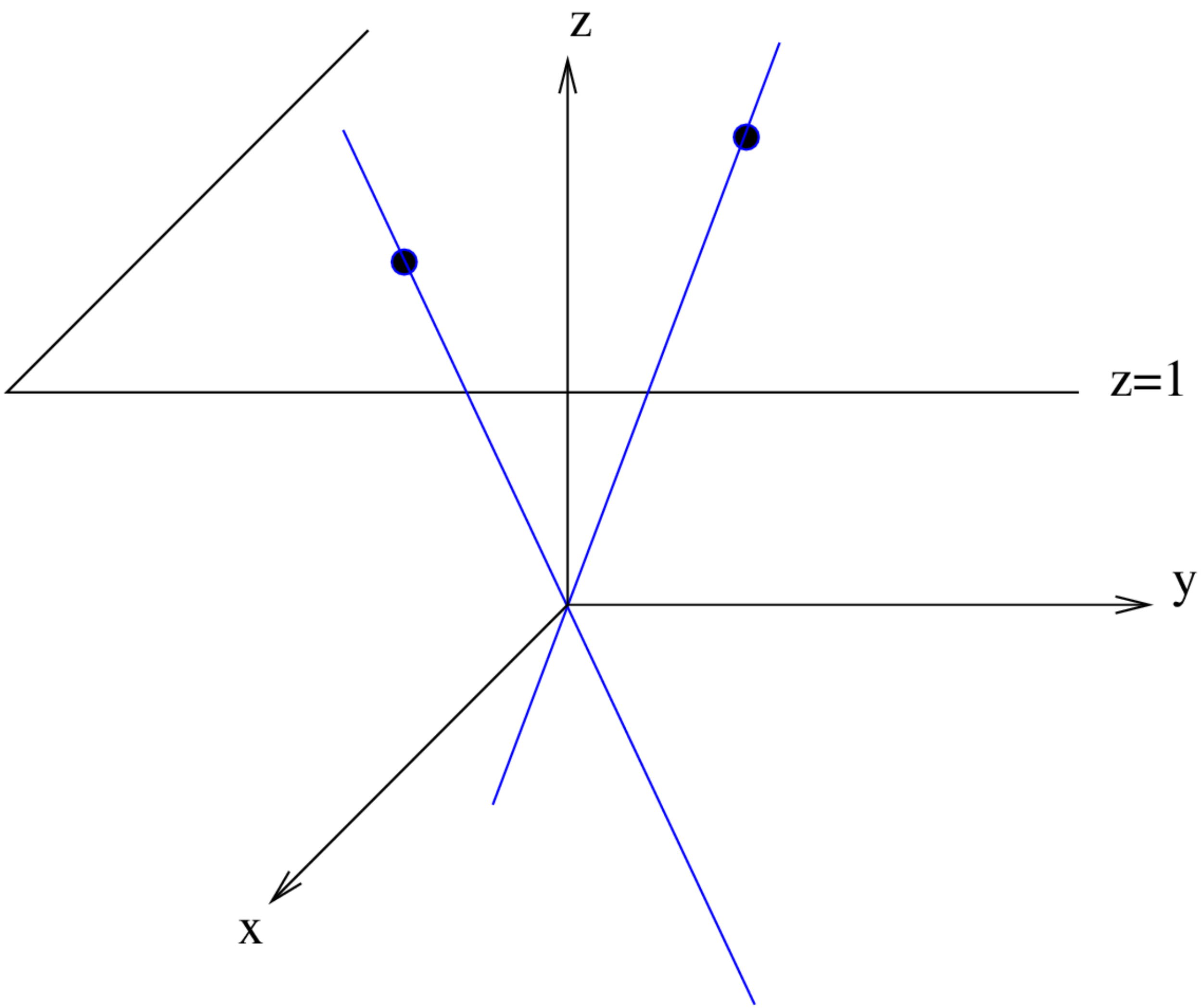
A chaque droite, on *ajoute* un point (à l'infini) associé à sa direction :
- 2 droites parallèles ont le même point à l'infini,
- 2 droites sécantes ont des points à l'infini différents.

On *ajoute* une droite constituée des points à l'infini.



On se place dans R^3 considéré comme espace vectoriel :

Les points sont les sous-espaces vectoriels de dimension 1.
Les droites sont les sous-espaces vectoriels de dimension 2.



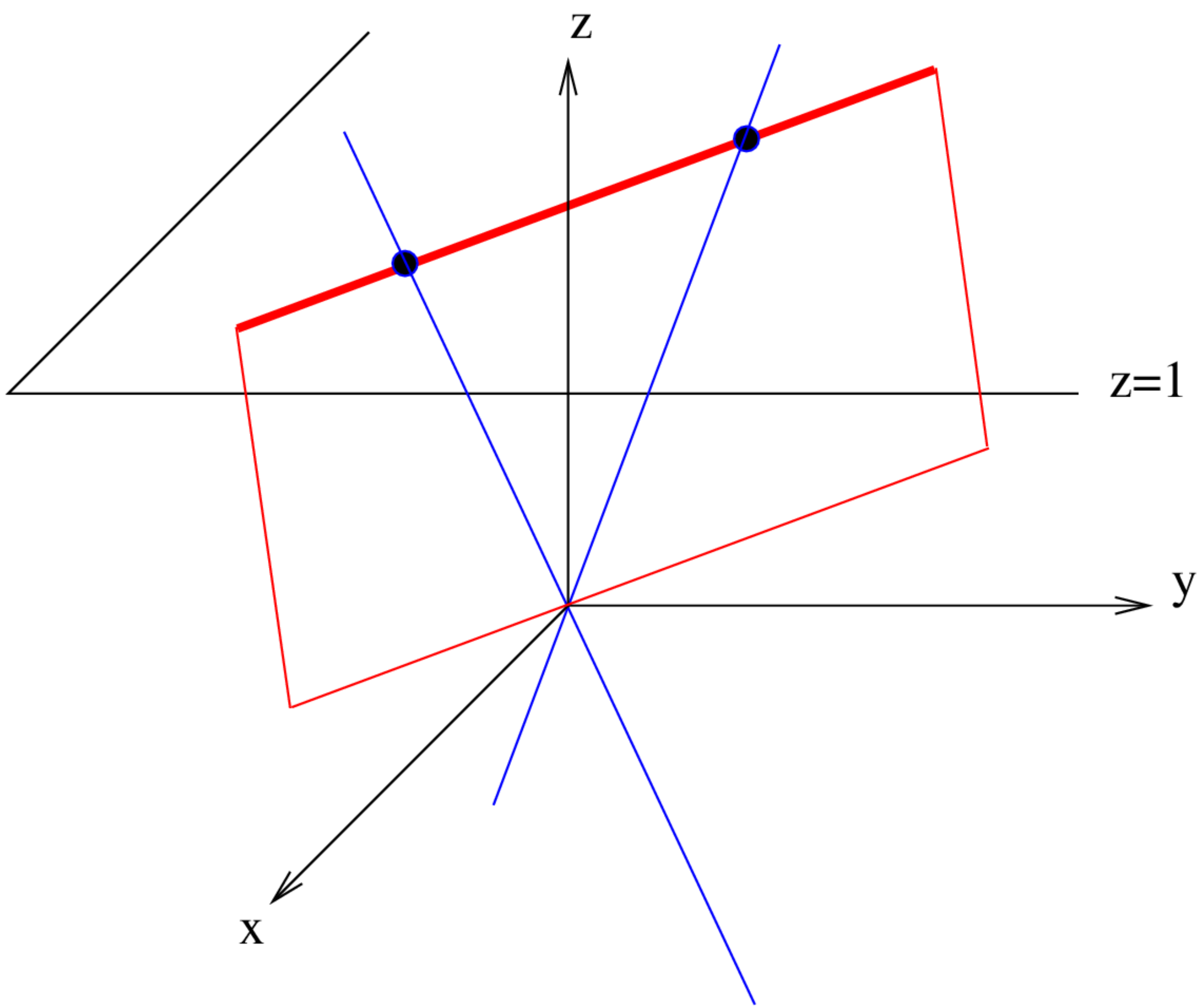
2 droites vectorielles
(passent par l'origine)

i.e.,

2 points

On se place dans R^3 considéré comme espace vectoriel :

Les points sont les sous-espaces vectoriels de dimension 1.
Les droites sont les sous-espaces vectoriels de dimension 2.



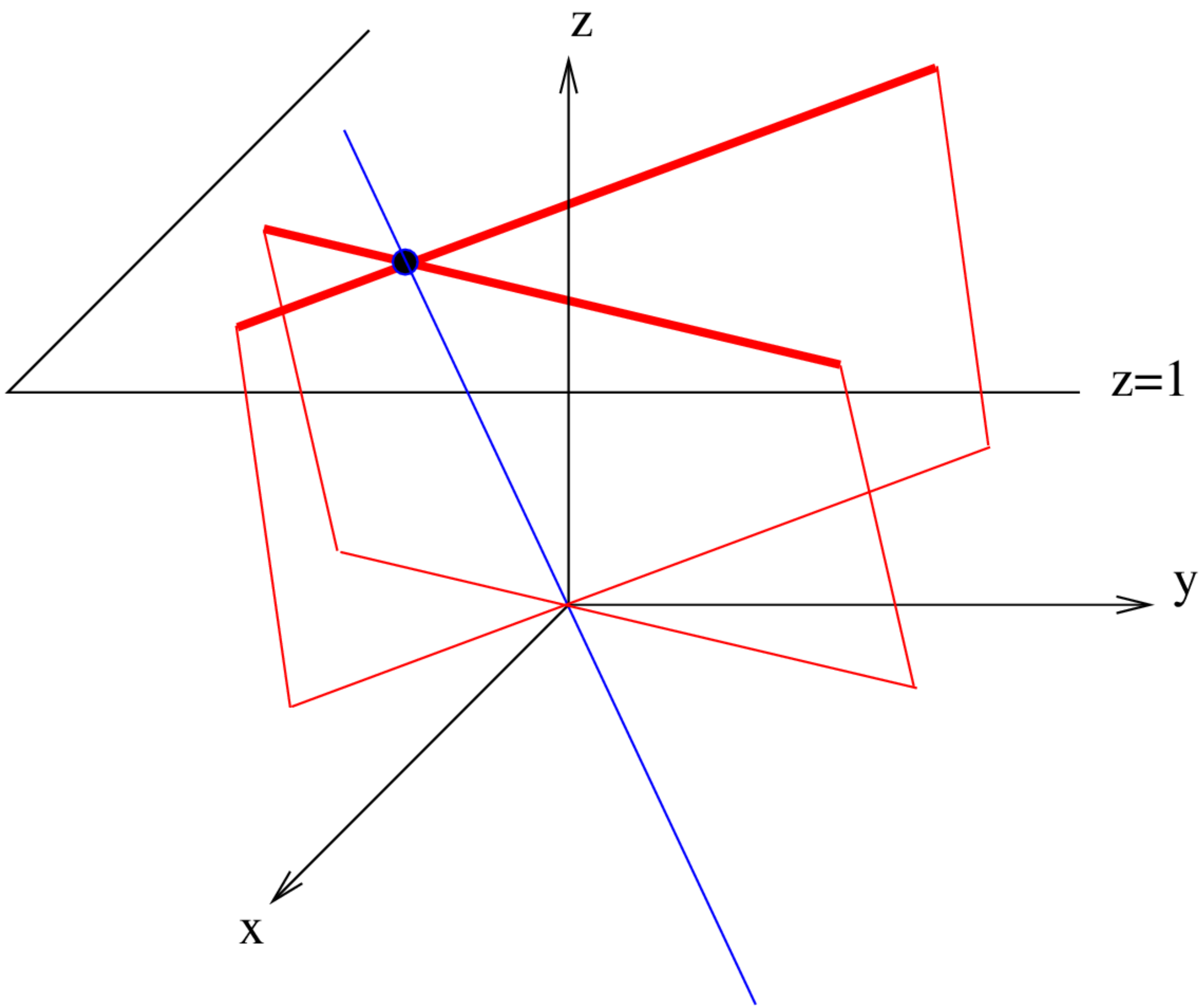
2 droites vectorielles
(passent par l'origine)
définissent
un plan vectoriel

i.e.,

par 2 points, passe
une seule droite

On se place dans R^3 considéré comme espace vectoriel :

Les points sont les sous-espaces vectoriels de dimension 1.
Les droites sont les sous-espaces vectoriels de dimension 2.



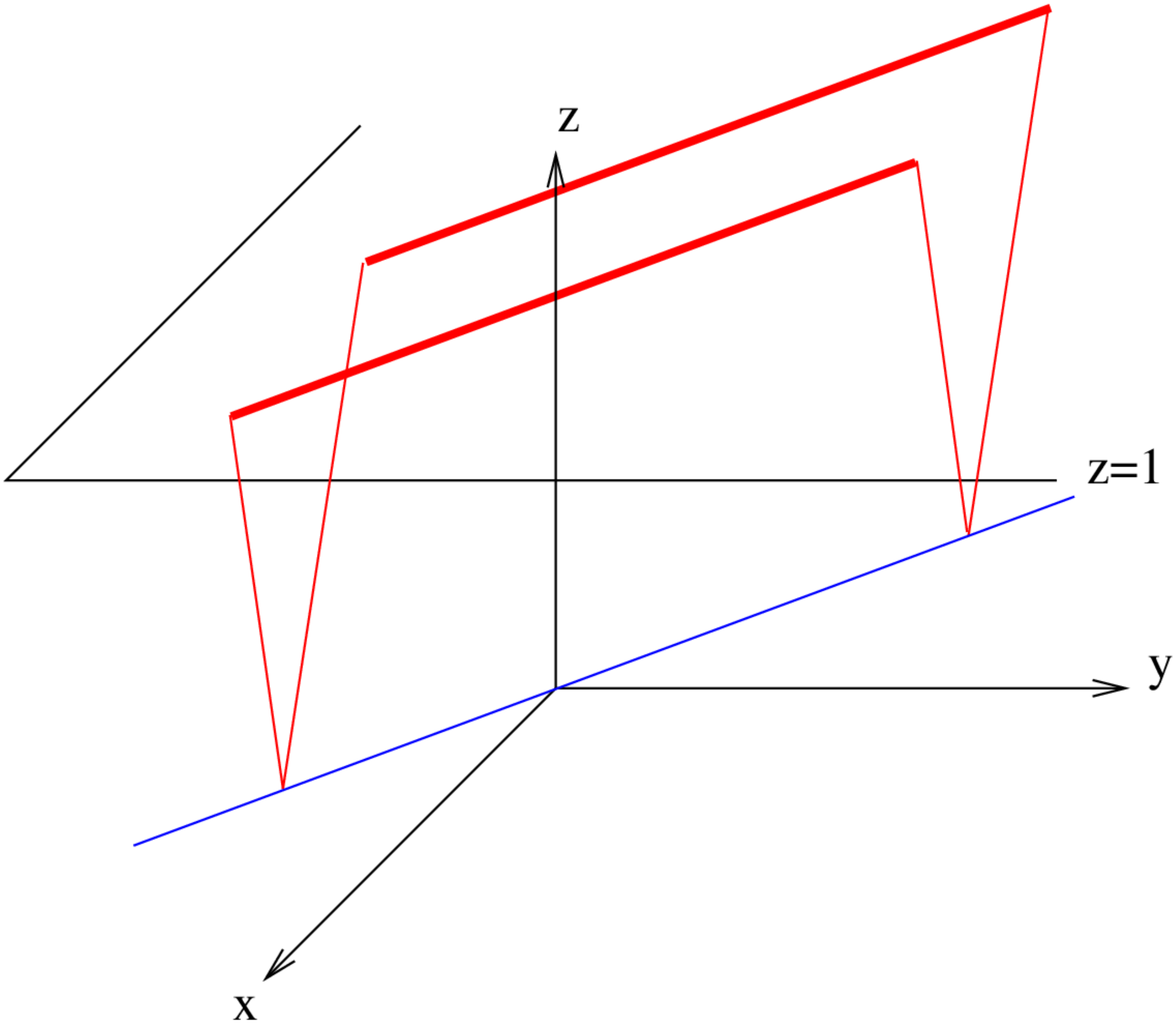
2 plans vectoriels
s'intersectent en
1 droite vectorielle

i.e.,

2 droites se coupent
en 1 point

On se place dans R^3 considéré comme espace vectoriel :

Les points sont les sous-espaces vectoriels de dimension 1.
Les droites sont les sous-espaces vectoriels de dimension 2.



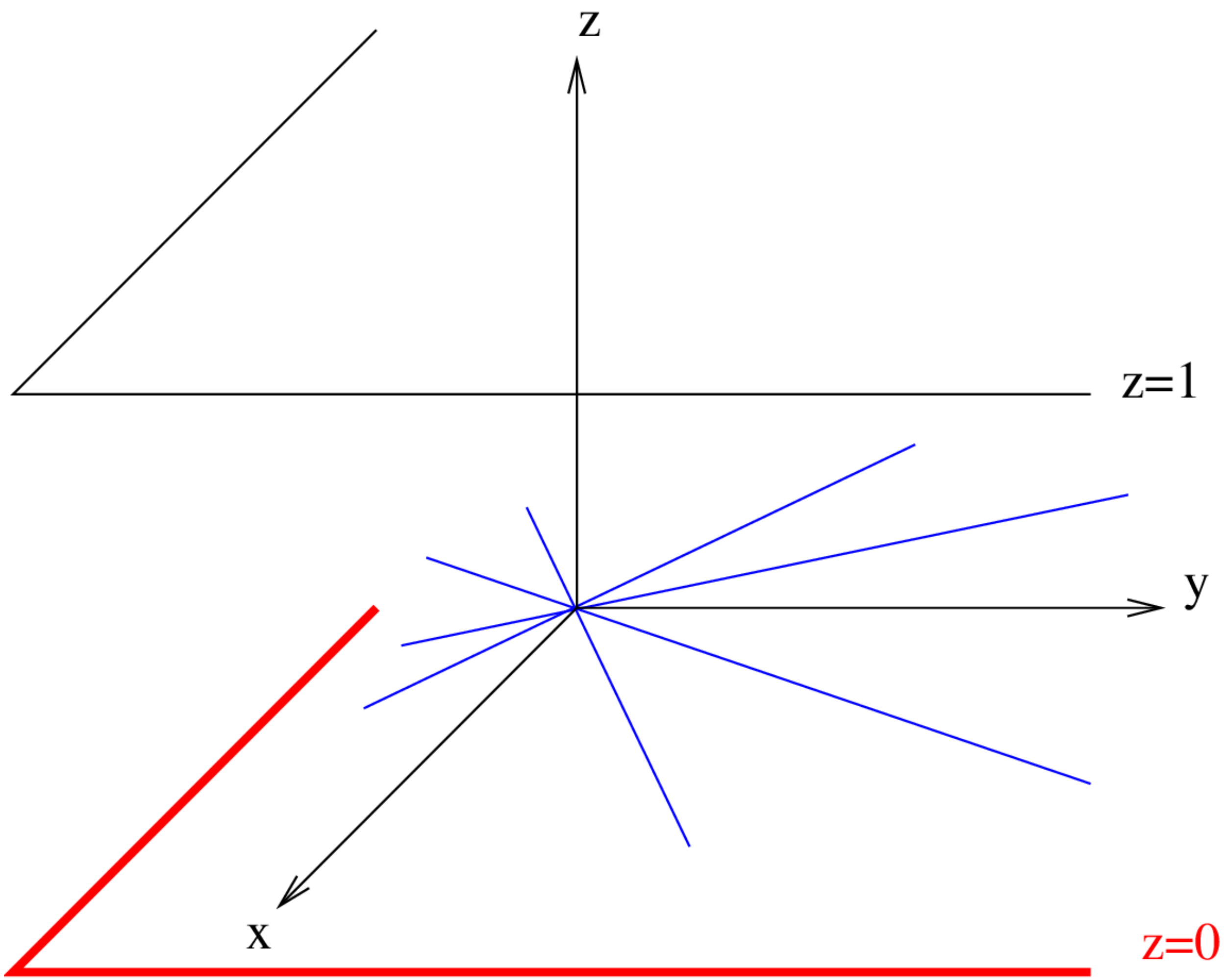
2 plans vectoriels
s'intersectent en
1 droite vectorielle

i.e.,

2 droites se coupent
en 1 point

On se place dans R^3 considéré comme espace vectoriel :

Les points sont les sous-espaces vectoriels de dimension 1.
Les droites sont les sous-espaces vectoriels de dimension 2.



Le plan vectoriel z=0 contenant des droites vectorielles

i.e.,

la droite à l'infini formée des points à l'infini

Un peu de géométrie

Dans le plan affine $\mathbb{R}^2$, une droite est donnée par

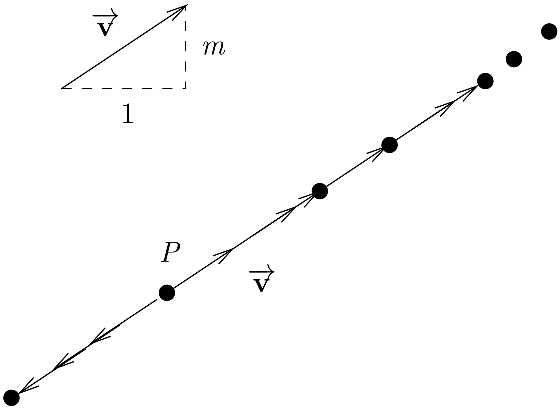
$$P + \alpha \overrightarrow{\mathbf{v}}$$

P est un point (de $\mathbb{R}^2$), $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ un vecteur non nul (de $\mathbb{R}^2$).

Si on dispose d'un repère

- $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ est "vertical" : $(0, 1)$ ou,
- $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ a pour composantes $(1, m)$, $m \in \mathbb{R}$.

Un peu de géométrie



Un peu de géométrie

Dans le plan affine $\mathbb{Z}_p^2$, une droite est donnée par

$$P + \alpha \overrightarrow{\mathbf{v}}$$

P est un point de $\mathbb{Z}_p^2$, $\alpha \in \mathbb{Z}_p$ et $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ un vecteur non nul de $\mathbb{Z}_p^2$.

Si on utilise un repère ‘canonique’

- $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ est “vertical” : $(0, 1)$ ou,
- $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ a pour composantes $(1, m)$, $m \in \mathbb{Z}_p$.

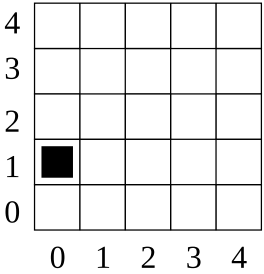
Un peu de géométrie

Dans $\mathbb{Z}_5^2$,

$$\{(0,1) + \alpha(1,2) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$$

$\alpha = 0$,

$$(0,1) + 0.(1,2) = (0,1)$$



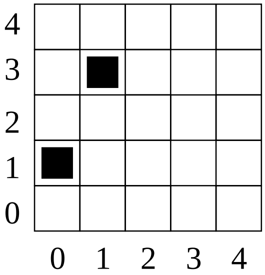
Un peu de géométrie

Dans $\mathbb{Z}_5^2$,

$$\{(0,1) + \alpha(1,2) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$$

$\alpha = 1$,

$$(0,1) + 1.(1,2) = (1,3)$$



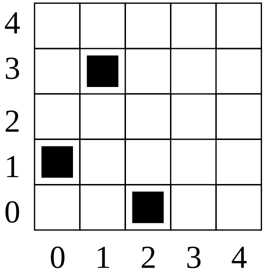
Un peu de géométrie

Dans $\mathbb{Z}_5^2$,

$$\{(0,1) + \alpha(1,2) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$$

$\alpha = 2$,

$$(0,1) + 2.(1,2) = (2,0)$$



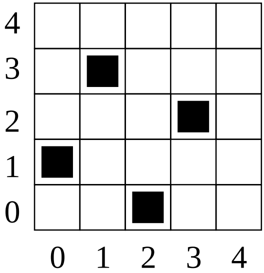
Un peu de géométrie

Dans $\mathbb{Z}_5^2$,

$$\{(0,1) + \alpha(1,2) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$$

$\alpha = 3$,

$$(0,1) + 3.(1,2) = (3,2)$$



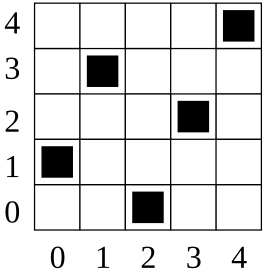
Un peu de géométrie

Dans $\mathbb{Z}_5^2$,

$$\{(0,1) + \alpha(1,2) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$$

$\alpha = 4$,

$$(0,1) + 4.(1,2) = (4,4)$$



Un peu de géométrie

Remarque

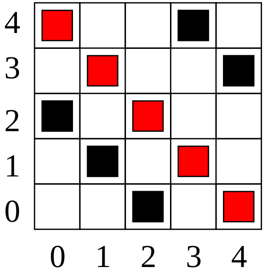
Dans $\mathbb{Z}_5^2$, une droite

$$\{(a,b)+\alpha(1,m) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$$

contient exactement 5 points (un par abscisse).

Un autre exemple, deux droites parallèles

$$\{(0,2)+\alpha(1,4) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\} \quad \text{et} \quad \{\color{red}{(0,4)}+\alpha(1,4) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$$



Combien y a-t-il de droites dans $\mathbb{Z}_5^2$?

- 5 verticales $\{(i, \alpha) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$, $i = 0, \dots, 4$
- 5 vecteurs directeurs $(1, m)$ possibles, $m = 0, \dots, 4$, 5 "origines" $(0, j)$ possibles, $j = 0, \dots, 4$, donc 25 droites

$$\{(0, j) + \alpha(1, m) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}.$$

$\longrightarrow 5 + 5 \times 5 = 30$ droites (formées chacune de 5 points)

Tout comme en géométrie plane classique

2 droites distinctes sont

- sécantes (en un unique point d'intersection) ou,
- strictement parallèles (direction commune).

Par 2 points distincts, passe une et une seule droite.

Combien y a-t-il de droites dans $\mathbb{Z}_5^2$?

- 5 verticales $\{(i,\alpha) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$, $i = 0, \dots, 4$
- 5 vecteurs directeurs $(1, m)$ possibles, $m = 0, \dots, 4$,
  5 “origines” $(0, j)$ possibles, $j = 0, \dots, 4$, donc 25 droites

$$\{(0,j) + \alpha(1,m) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}.$$

$\longrightarrow 5 + 5 \times 5 = 30$ droites (formées chacune de 5 points)

Tout comme en géométrie plane classique

2 droites distinctes sont

- sécantes (en un unique point d’intersection) ou,
- strictement parallèles (direction commune).

Par 2 points distincts, passe une et une seule droite.

Exercice: intersection des droites

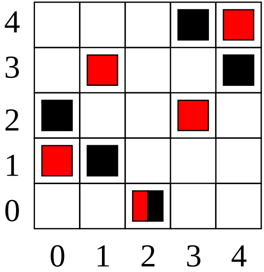
$$\{(0,2)+\alpha(1,4) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\} \quad \text{et} \quad \{(0,1)+\beta(1,2) \mid \beta \in \mathbb{Z}_5\}$$

existe-t-il $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}_5$ tels que

$$\begin{cases} 0+\alpha = 0+\beta \\ 2+4\alpha = 1+2\beta \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

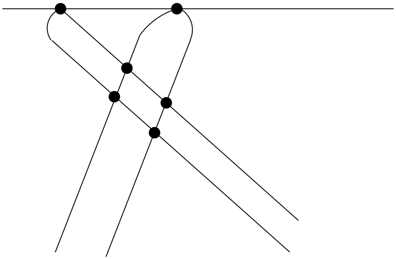
$$\Rightarrow \alpha = \beta = 2$$



Remarque

Tous les résultats classiques d'algèbre linéaire s'appliquent car $\mathbb{R}$ et $\mathbb{Z}_5$ sont deux *champs*.

Tout comme nous avons construit le plan projectif $P_2(\mathbb{R})$, on peut construire le plan projectif $P_2(\mathbb{Z}_5)$.



On ajoute, pour chaque droite, un point à l'infini associé à sa direction.

But

$\longrightarrow$ 2 droites distinctes auront exactement un point d'intersection.

Dans $P_2(\mathbb{Z}_5)$, une droite comme

$$\{(0,2) + \alpha(1,4) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$$

est formée des 5 points “classiques”

$$(0,2),\ (1,1),\ (2,0),\ (3,4),\ (4,3)$$

et d'un 6^e point (ayant un statut autre) $(1,4)_\infty$

EXEMPLE

Les droites parallèles

$$\{(0,2) + \alpha(1,4) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\} \quad \text{et} \quad \{(0,4) + \alpha(1,4) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_5\}$$

ont le même point à l'infini $(1,4)_\infty$.

Comparaison entre $\mathbb{Z}_5^2$ et $P_2(\mathbb{Z}_5)$:

Dans $\mathbb{Z}_5^2$

Chaque droite est formée de 5 points
$5 + 5 \times 5 = 30$ droites

Dans $P_2(\mathbb{Z}_5)$

Chaque droite est formée de 6 points (5 points $+$ 1 point à l'infini)
$\oplus$ une droite des points à l'infini formée des 6 points

$$(0,1)_\infty,\ (1,0)_\infty,\ (1,1)_\infty,\ (1,2)_\infty,\ (1,3)_\infty,\ (1,4)_\infty$$

$5 + 5 \times 5 + 1 = 31$ droites

$P_2(\mathbb{Z}_5)$ possède $5 \times 5 + 6 = 31$ éléments.

DANS $P_2(\mathbb{Z}_7)$

Chaque droite est formée de 8 points (7 points $+\ 1$ point à l'infini)
$\oplus$ une droite des points à l'infini (8 directions possibles)

$$(0,1)_\infty,\ (1,0)_\infty,\ (1,1)_\infty,\ \ldots,\ (1,5)_\infty,\ (1,6)_\infty$$

$7 + 7 \times 7 + 1 = 57$ droites
$P_2(\mathbb{Z}_5)$ possède $7 \times 7 + 8 = 57$ éléments.

Fin de l'histoire

Les 57 éléments de $P_2(\mathbb{Z}_7)$ correspondent aux 57 symboles

$$(0,1)_\infty,\ (1,0)_\infty,\ (1,1)_\infty,\ \ldots,\ (1,5)_\infty,\ (1,6)_\infty$$

$$(0,0),\ (0,1),\ (0,2),\ \ldots,\ (0,6),\ (1,0),\ (1,1),\ldots,\ (1,6)$$

$$\vdots$$

$$(5,0),\ (5,1),\ (5,2),\ \ldots,(5,6),\ (6,0),\ (6,1),\ldots,(6,6)$$

en bijection avec

…

Fin de l'histoire

<u>Construction des 57 cartes</u> :
La droite formée des points à l'infini

$$\{(0,1)_\infty,\ (1,0)_\infty,\ (1,1)_\infty,\ \ldots,\ (1,5)_\infty,\ (1,6)_\infty\}$$

Les verticales $\{(0,1)_\infty,\ (x,0),\ (x,1),\ \ldots,\ (x,6)\}$, $x \in \mathbb{Z}_7$

Les autres droites $\{(0,j) + \alpha(1,m) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_7\}$, $j, m \in \mathbb{Z}_7$:

$$\{(1,m)_\infty,\ (0,j),\ (1,j+m),\ (2,j+2m),\ldots,(6,j+6m)\}$$

Remarque

Dobble ne contient que 55 cartes. Deux cartes manquent !
Explication possible : l'imprimeur n'aurait autorisé que 60 cartes dont 5 cartes pour les règles des mini-jeux.

Fin de l'histoire

Chaque symbole appartient à exactement 8 des 57 cartes.

- Le point $(0,1)_\infty$ appartient aux 7 verticales et à la droite des points à l'infini.
- Le point $(1,m)_\infty$ appartient aux 7 droites $\{(0,j)+\alpha(1,m) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_7\}$, $j \in \mathbb{Z}_7$, et à la droite des points à l'infini.
- Le point (x,y), $x,y \in \mathbb{Z}_7$, appartient à une verticale et pour chaque $(1,m)$, $m \in \mathbb{Z}_7$, il existe un unique j tel que

$$(x,y) - x(1,m) = (0,j).$$

  (x,y) appartient donc à la droite $\{(0,j)+\alpha(1,m) \mid \alpha \in \mathbb{Z}_7\}$.

Sur le site images.math.cnrs

Dobble et la géométrie finie

le 5 mai 2011 à 09:20, par Clément Caubel

Dans le même genre : le propriétaire fortuné d'un grand yacht organise une croisière durant tout le mois d'août, et y convie trente-et-un pipeuls. Il souhaite dîner chaque soir avec six d'entre eux, de sorte qu'il voie tous ses invités le même nombre de fois et que deux quelconques d'entre eux ne soient réunis à sa table qu'une seule fois durant le séjour (pour des histoires de haine recuite, c'est commun chez les pipeuls si l'on en croit les journaux spécialisés).

Est-ce possible et si oui comment faire ?

▶ Indications

Dresseur de plans de table pour les propriétaires de yacht fortunés : un nouveau débouché pour les mathématiciens ?

Répondre à ce message

On a construit un plan projectif fini d'ordre 7, idem pour p ou p^n (p premier).

C'est une question difficile que de construire (s'il existe ?) un plan d'ordre n.

Théorème Bruck–Ryser (1949)

Soit $n \equiv 1, 2 \pmod 4$. S'il existe un plan projectif d'ordre n, alors n est la somme de deux carrés.

- C. W. H. Lam, The search for a finite projective plane of order 10, The American Mathematical Monthly **98** (1991), 305–318.
- R. Casse, Projective geometry: an introduction, Oxford Univ. Press (2006).
- M. Hézard, D. Hézard, Jouons un peu.... à DOBBLE !, Quadrature **87** (2013).